per 4 exit $1\frac{1}{4}$ ſic additus ad 5 vel multiplicatus per 5 facit $6\frac{1}{4}$. Quartum eſt quod ſi numero addatur vnitas aut detrahatur diuidaturque minor per maiorē proueniens tantum facit detractus à minore quantum per illum multiplicatus. Vt in exemplo diuidendo 4 per 5 exit $\frac{4}{5}$ hic ductus in 4 vel detractus à 4 producit ſemper $3\frac{1}{5}$. Quintum eſt quod ſi numero addatur vnitas, vel detrahatur, tantum fit diuiſo quadrato maioris per minorem, quantum diuiſo maiore per eundem minorem & prouentu ipſi maiori addito, vt in 4 & 5 diuido 25 quadratum 5 per 4 exit $6\frac{1}{4}$ & tantum fit diuidendo 5 per 4 & exit $1\frac{1}{4}$, & addito ei ipſo maiore, ſcilicet 5 nam fit $6\frac{1}{4}$ Sextum eſt quod in eiſdem tantum fit diuiſo quadrato minoris per maiorem quantum ſi à minore detrahat quod prouenit diuiſo minore per maiorem. Vt diuiſo 16 quadrato 4 per 5 exit $3\frac{1}{5}$ & tantum fit detrahendo $\frac{4}{5}$, qui prouenit ex diuiſione 4 per 5 ab ipſo 4. Septimum eſt quod ipſa vnitas omnibus ſuis radicibus ſeu lateribus æqualis eſt. Octauum quod ſi latus eſt vnitas, ipſum æquatur ſingulis ſuis productis vt quadrato ſuo vel cubo. Nonum ex hoc ſequitur, & eſt quod producta omnia lateribus æqualia ſunt, tamen etiam inter ſe vt cubus quadrato & cubus lateri quadrato & latus cubicum lateri quadrato & ſic de aliis. Decimum quod quiſque duo numeri vnitatem producunt, latera etiam illorum & quadrata & cubica & relata, & ſic de aliis. Item quadrata illorum cubi & relata producent ſemper vnitatem. Vt ſi 4 & $\frac{1}{4}$ producunt vnitatem 2 & $\frac{1}{2}$ eorum radices idem producent & 16 & $\frac{1}{16}$ eodem modo. Et ſi 5 p. ℞ 2 & 5 m̄ ℞ 2 producunt vnitatem. Igitur radices quadratæ horum, vel cubicæ, vel relatæ, vel quadrata, vel cubi horum vnitate inuicem ducta producent. Vndecimum omnis etiam numerus ea maior diuidendo minuit multiplicando auget. Et omnis ea minor, diuidendo auget & multiplicando minuit, vt ſi diuidas 5 per 1 exit 15, & ſi multiplices 5 per $\frac{1}{3}$ exit $1\frac{2}{3}$. Duodecimum ipſa ſupplet naturam cuiuſcunque numeri in denominationibus, ſic vt non indigeamus inuenta æquatione, altera operatione vt videbitur in arte magna: nam ſi poſueris 2 105 ab initio oportebit poſtmodum duplicare æſtimationem inuentam. Tertiumdecimum eſt cum duo numeri vnitate differunt ipſi neceſſario ſunt inuicem primi, vt 4 & 5. Quartumdecimum cum fuerint quotlibet numeri ab vnitate proportionales in integris, tertius erit quadratus ſecundi, & quartus cubus & ſic deinceps. Reliquæ proprietates numerorum continuæ ab vnitate proportionalium explicabunt in capitulo quarto. Quintumdecimum cum duo numeri æqualiter ab vnitate diſteterint productum vnius in aliorum æquale eſt ei quod fit ducta differentia minoris in ſe & ea ab vnitate detracta. Vt $\frac{1}{3}$ in $1\frac{2}{3}$ producit $\frac{5}{9}$ quod eſt tantum quantum ſi duceres $\frac{2}{3}$ differentiam $\frac{1}{3}$ ab vnitate & produceret $\frac{4}{9}$, & hoc productum ab vnitate detraheres. Multæ aliæ poſſent proprietates his addi quas breuitatis cauſa omitto.

Nouenarij proprietas triplex eſt, ipſe enim 41
æquale ſuperfluum relinquit, ſiue diuidat litterarum aggregatum ſeu ſignificatum per illas. Velut capio 534 ſi diuidatur per 9 relinquitur 3. & tantundem relinquitur diuiſo 12 aggregato 5 & 4 & 3, nam relinquitur 3. etiam eodem modo ſequitur altera proprietas. Et eſt quod immutando litteras res redit ad idem, vt ſi capias 534 & 435 & 543 & 453 & 354 ſemper ex diuiſione per 9 relinquitur 3. & ideo literæ omnes diſpoſitæ ſeu notæ omnino nihil immutant. Tertia eſt quod addendo notas vacuas non quotquot volueris in diuiſione ſemper idem relinquitur. Vt ſi diuiſo 10 per 9 relinquitur 1 diuiſo 100. & 1000 & 10000 per 9 relinquitur 1. & diuiſo 23 per 9 extra relinquitur 5 ideo diuiſo 230 & 2300 & 23000 & ſic deinceps per 9 ſemper ſupererit 5

Denarij autem proprietas eſt quod ſem- 42
per ad idem redit: nam vt dicebas in numerando 1. 2. 3. 4. ſic 11. 12. 13. 14. & rurſus 21. 22. 23. 24. & ſic de aliis. Cauſam quærit Ariſtoteles in problematibus, ſed eſt difficile aſſignare eam. Nos tamen relinquimus eam ob prolixitatem orationis.

Nullus numerus integer addita radice ali- 43
cuius generis poteſt remanere ſub illo genere. Vnde nullus numerus quadratus addita radice quadrata poteſt eſſe numerus quadratus, nec vllus cubus addita radice ſeu latere cubico poteſt fieri cubus, nec vllus numerus relatus poterit addita radice relata eſſe numerus relatus. Vnde 6 non poteſt eſſe quadratus, quia componitur ex 4 quadrato, & 2 latere ſuo. Nec 10 poteſt eſſe cubus, cōponitur enim ex 8 cubo & latere ſuo & ſimiliter 54 non poteſt eſſe relatus, componitur enim ex 32 relato & 2 latere eius. Hoc autem poteſt oſtendi nam tale aggregatum, vtpote 30 producitur ex 5. in 1. plus ſeipſo, id eſt in 6. nam in ſe ductum producit quadratum ſuum, & in vnitatem ſeipſum igitur latus 30 eſt proportionale inter 6 & 5, quare non poteſt eſſe integer numerus. Quare nec fractus differentia in initio tractatus tertij. Nam ibi oſtendimus quod numerus fractus integri radix eſſe non poteſt eodem modo in omnibus denominationibus vſque in infinitum, ſequitur latus compoſiti eſſe minus numero radicis prioris addita vnitate, & minus priore radice. In partibus autem numerorum poteſt eſſe, vt in 3. quæſt. 10. cap. 1.

Omnis numerus cubus abiectis 6 relin- 44
quit ſuam radicem, quæ ſi ſit maior 6. oportet relinquere tantundem vel totiens 6, vt remaneat radix vel dic melius ab omni cubo ſi ſuam abieceris radicem numerus, qui relinquitur eſt multiplex. 6. vt capio. 8. abiice 2 relinquitur. 6. qui per 6. poteſt diuidi. Et ex 27 abiecto 3 latere ſuo cubico, relinquitur 24. qui eſt plus ad 6. & detracto ex 1331 latere ſuo cubico 11 relinquitur 1320 qui eſt multiplex ad 6. nam ex 6. in 220 fit 1320. & ſic de aliis.

Omnis numerus relatus abiecta ſua ra- 45
dice ſi ſit relatus primus relinquit numerum multiplicem ad 10. vt ex 32 abiecto 2 relinquitur 30 ex 243 abiecto 3 relinquitur