

reale dei lavoratori sia risparmiato. Si assume inoltre che le condizioni tecniche in cui si svolge la produzione di beni e di lavoro non mutino nel tempo (assenza di progresso tecnico). Tale ipotesi viene rimossa soltanto in una trattazione ulteriore con le conseguenze di cui diremo più oltre.

Alle condizioni tecniche date, il sistema è normalmente, in grado di produrre un *surplus* cioè una quantità di beni in eccesso rispetto a quelli necessari, come fattori produttivi o come prodotti intermedi, per la produzione stessa o per fornire le sussistenze ai lavoratori impiegati. Se tale *surplus* viene interamente investito per produrre maggiori quantità di beni e di lavoro nei periodi futuri, è possibile determinare una soluzione del modello in cui tutti i settori si espandono in *equilibrio*<sup>2</sup> al *saggio di crescita massimo* consentito dalle condizioni tecniche in cui si svolge la produzione di beni e di lavoro<sup>3</sup>. Se invece soltanto una parte di tale *surplus* viene investita e la parte rimanente viene consumata, il *saggio di crescita di equilibrio* viene ad essere corrispondentemente ridotto. Si può inoltre dimostrare che, a parità di quota di *surplus* investita, il *saggio di crescita di equilibrio* del sistema è tanto più basso quanto più elevate sono le quantità di beni assegnate ai lavoratori come sussistenze (cioè come salario reale)<sup>4</sup>.

2. L'equilibrio è definito da una situazione in cui, per ciascun bene il cui costo di produzione (che è uguale al prezzo) è positivo, la produzione che si può ottenere, date le quantità di beni utilizzati nella produzione stessa, eguaglia la domanda che nel sistema si viene a determinare.

3. J. VON NEUMANN, *A Model of General Economic Equilibrium*, « The Review of Economic Studies », 1945, n. 1. Il saggio di von Neumann fu però discusso già nel 1932 in un seminario matematico presso l'università di Princeton N. J. e pubblicato in tedesco a cura di K. MENGER nel 1938. La traduzione italiana si trova in « L'Industria », 1952, n. 1. Per una esposizione elementare del modello si veda A. PEDONE, *Appunti sull'introduzione della domanda in un modello generale di produzione*, in: *Nuovi Problemi di Sviluppo Economico*, a cura di L. SPARENTA, Torino, 1962. Per una dimostrazione abbastanza semplice dei teoremi dimostrati in modo complesso da von Neumann, si veda D. GALE, *The Theory of Linear Economic Models*, New York, 1960, cap. IX. Seguendo le linee di Gale, il modello di von Neumann, è stato anche esposto da C. NAPOLIONI, *Equilibrio economico generale, studio introduttivo*, Torino, 1965, capp. XI-XII-XIII. Di utile consultazione può risultare anche: C. F. MANARA - P. C. NICOLA, *Elementi di economia matematica*, Milano, 1967, cap. VI. Si veda anche, per una rassegna di alcune generalizzazioni del modello di von Neumann, L. M. TOMASINI, *Il modello di crescita di von Neumann e alcune sue generalizzazioni*, « Industria », 1968, n. 3.

4. Cfr. M. MORISHIMA, *Equilibrium, Stability and Growth*, Oxford, 1964, cap. V, pp. 150-151. Tale capitolo costituisce una ristampa, con lievi modifiche,