

mantenendo costante il relativo livello di output.

Al fine di rappresentare un generico processo produttivo in cui le categorie di output presentino queste differenze, è stato adottato l'approccio proposto da Chung *et al.* (1997) basato sul concetto di distanza direzionale introdotto da Chambers *et al.* (1996) e Chambers *et al.* (1998).

Nel presente lavoro viene ipotizzato di osservare, per ciascuna delle N imprese analizzate, un vettore di input  $x = (x_1, \dots, x_M) \in R_+^M$ , uno di output da massimizzare  $y = (y_1, \dots, y_K) \in R_+^K$ , ossia servizi HS e servizi *wholesale* (per i quali non è stato possibile attuare una distinzione in base all'ampiezza di banda), infine uno di output da consolidare  $b = (b_1, \dots, b_H) \in R_+^H$ , ossia relativi ai servizi LS. A questo punto viene adottato l'approccio assiomatico classico nei lavori di analisi dell'efficienza, quindi si assume compattezza dell'output set, possibilità di restare inattivi e libera disponibilità degli input. Nel caso standard di produzione di soli output "espandibili" si assume inoltre libera disponibilità dei prodotti, ma quando si consideri la strategia di mero consolidamento dei servizi LS la questione delle ipotesi sugli output si complica al fine di rendere il modello rispondente alla realtà.

1. Innanzitutto i servizi LS devono essere prodotti sempre, in una percentuale variabile rispetto all'output HS, ma che in considerazione dell'attuale contesto tecnologico non è possibile azzerare, in quanto costituiscono un servizio minimo essenziale che ogni *incumbent* deve garantire capillarmente sul territorio. Una

strategia di *focus* sul solo segmento *broadband* non è ancora attuabile. Quest'idea è tradotta a livello matematico all'interno modello attraverso l'assunzione di null jointness:

$$(y, b) \in P(x) \text{ e } b = 0 \rightarrow y = 0$$

2. Inoltre, mentre nel modello classico è sempre possibile pensare di produrre una quantità inferiore di prodotto utilizzando lo stesso ammontare di input, nel nostro caso questa assunzione diventa di dubbia validità. E' infatti più opportuno assumere che a parità di input e di output positivi non sia possibile ridurre liberamente l'ammontare di servizi LS, ma sia possibile farlo solo rinunciando ad una data quantità di prodotti desiderabili. Infatti, una buona base di servizi "tradizionali" costituisce un appoggio fondamentale all'espansione della banda larga, che altrimenti richiederebbe un livello molto maggiore di investimenti tecnici e promozionali. Non appare quindi possibile ridurre il volume di connessioni lente a parità di costi e di connessioni veloci. Questa ipotesi è detta di Weak Disposability in (y,b) e dal punto di vista della notazione è possibile tradurla come segue:

$$(x, y, b) \in P(X) \Rightarrow (x, \alpha y, \alpha b) \in P(X)$$

Dove  $0 \leq \alpha \leq 1$  e  $P(X)$  rappresenta l'insieme delle possibilità produttive. L'ipotesi classica di libera disponibilità rimane valida ma solo sul sottoinsieme di output positivi, che quindi possono essere liberamente ridotti senza costi a parità di input e di servizi LS.