Ipotizzando la differenziabilità delle funzioni f_i, g_j, $\underline{x}_i$, $\underline{a}$, c_k, $\underline{t}$, le condizioni del primo ordine implicano:

$$\begin{cases} \dfrac{\delta U}{\delta X_i} - \lambda\left[\underline{P}^T \dfrac{d\underline{x}_h}{dX_i} + \sum\limits_{k=1}^{M} \dfrac{\delta c_k}{\delta X_i} + w\dfrac{\delta t'_i}{\delta X_i}\right] = 0 \\ \dfrac{\delta U}{\delta A_j} - \lambda\left[\underline{P}^T \dfrac{d\underline{x}_j}{dA_j} + \sum\limits_{k=1}^{M} \dfrac{\delta c_k}{\delta A_j} + w\dfrac{\delta t''_j}{\delta A_j}\right] = 0 \\ \sum\limits_{h=1}^{n+m} \underline{P}^T \underline{x}_h + \sum\limits_{k=1}^{M} c_k + w\left(\sum\limits_{i=1}^{n} t'_i + \sum\limits_{j=1}^{m} t''_j\right) - S = 0 \end{cases}$$

dove:

$d\underline{x}_h/dX_i$ e $d\underline{x}_j/dA_j$ sono i vettori delle derivate parziali di $\underline{x}_i$ e $\underline{a}_j$ rispettivamente;

$\delta c_k/\ \delta x_i$ e $\delta c_k/\delta A_j$ indicano, a carattere generale, il costo marginale dell'*input* pubblico relativo ai beni X_i e A_j rispettivamente. Poiché nulla può dirsi, in termini generali, del sistema tariffario previsto per acquisire gli *input* del settore pubblico, il costo marginale può essere in particolare nullo se c_k è costante.

Si ottiene dunque:

$$\frac{\dfrac{\delta U}{\delta X_i}}{\dfrac{\delta U}{\delta A_j}} = \frac{\underline{P}^T \dfrac{d\underline{x}_h}{dX_i} + \sum\limits_{k=1}^{M} \dfrac{\delta c_k}{\delta X_i} + w\dfrac{\delta t'_i}{\delta X_i}}{\underline{P}^T \dfrac{d\underline{x}_j}{A_j} + \sum\limits_{k=1}^{M} \dfrac{\delta c_k}{\delta A_j} + w\dfrac{\delta t''_j}{\delta X_j}} = \frac{cm_i}{cm_j} \tag{8}$$

Il rapporto tra le utilità marginali dei due beni X_i e A_j deve uguagliare il rapporto tra i loro costi marginali, cm_i/cm_j. Questi costi marginali sono i prezzi «ombra» dei beni utili, i quali sono misurati dai prezzi degli *input* di beni e dal prezzo implicito del tempo necessario a produrli.

In questa formulazione, dunque, l'individuo produce due categorie di beni utili; e tali beni utili vengono prodotti in quantità che massimizzano una funzione di utilità dell'insieme dei beni soggetta unicamente al vincolo del reddito pieno.