trovare altre espressioni che definiscono gran parte dell'insieme, con precisione via via crescente.

L'insieme complementare di *M*, cioè la parte restante del piano complesso, è un insieme ricursivamente numerabile[1]: esiste, cioè, un algoritmo che può accertare, con sicurezza, in un numero finito di passi, se il numero *c* è da collocarsi nel complemento dell'insieme *M*. Si può dimostrare, infatti, che, appena la successione raggiunge, nel corso delle iterazioni, la circonferenza centrata nell'origine di raggio $r = 1 + \sqrt{2}$, si ha la certezza che il limite della (4) è infinito. Attualmente, invece, non risulta noto alcun algoritmo in grado di accertare il caso contrario per un punto sul confine così 'intricato' di *M*: tale zona sfugge ad una trattazione algoritmica. In altre parole, l'insieme *M* non è ricursivamente numerabile: una sua parte sfugge all'intuizione, o forse, per meglio dire, alla comprensione logica della mente umana. Vi è una stretta analogia fra

---

[1] Un insieme numerico *S*, sottoinsieme di un insieme numerabile *N*, è ricursivamente numerabile se i suoi elementi sono scelti, tra quelli di *N*, in seguito al risultato prodotto da un algoritmo finito (cioè, in altre parole, da una funzione computabile). Se l'algoritmo si ferma con una risposta negativa, oppure non si ferma in un tempo finito, il che costituisce il caso 'indecidibile', allora il numero non appartiene a *S*. Se sia *S* sia il suo insieme complementare sono ricursivamente numerabili, allora l'insieme *S* si dice ricursivo ('ricursivamente numerabile' è l'espressione corrente, ma forse sarebbe più appropriato definire *S* con aggettivi come 'semi-computabile', 'semi-ricursivo' 'semi-decidibile' o simili, e gli insiemi ricursivi come 'computabili' o 'decidibili'). Come detto, i concetti di ricursività e di ricursività numerabile di un insieme si applicano agli insiemi numerabili, come per esempio quello dei numeri (complessi) computabili, non, quindi, all'insieme dei numeri complessi nella sua totalità, il quale ha la potenza del continuo non numerabile. Dal momento che lo studio di oggetti come questo è una tipica area di applicazione dei calcolatori elettronici, potremmo aggirare l'ostacolo, operativamente, non limitandoci solo a numeri aventi un algoritmo finito di definizione (numeri computabili), ma considerando un numero complesso come si presenta, cifra dopo cifra delle espansioni decimali delle parti reale ed immaginaria, senza interrogarci sull'eventuale algoritmo di definizione. In tal caso, un insieme è ricursivamente numerabile se esiste un singolo algoritmo che decide, in un numero finito di passi, se tale numero, così presentato, è appartenente all'insieme. Così facendo, anche l'interno dell'insieme *M* di Mandelbrot risulta ricursivamente numerabile, ma non la frontiera, che resta, comunque, indecidibile algoritmicamente. Il lettore ci perdonerà qualche approssimazione e qualche imprecisione tecnica in questa esposizione, inevitabili per non appesantire troppo l'esposizione in un contesto, volutamente, introduttivo e privo di tecnicismi come questo (per una discussione rigorosa dei concetti citati, si veda, per esempio, Cutland, 1980).