La lunghezza totale della curva nelle successive iterazioni, pertanto, cresce, avendo come limite l'infinito, secondo la progressione geometrica di ragione 2:

$$4\times 1/2,\ 16\times 1/4,\ 64\times 1/8,\ 4^n\times 1/2^n = 2^n$$

Altrettanto facilmente, si ricava la dimensione di Hausdorff:

$$D = -\ln(4^n)/\ln(1/2^n) = \ln 4/\ln 2 = 2$$

Si ha, pertanto, un curva continua, chiusa, di lunghezza infinita, ma contenuta in un quadrato di area finita, di cui condivide la dimensione e che è in grado di coprire, per quanto sia composta di infiniti segmenti di lunghezza (al limite) nulla.

L'insieme di Mandelbrot

Estendendo al campo dei numeri complessi il metodo delle iterazioni successive usato per la risoluzione numerica delle equazioni[1], si pone:

$$z_{k+1} = F(z_k) \tag{3}$$

L'insieme di Mandelbrot è definito a partire dalla (3), attribuendo una forma particolare alla funzione $F(z)$, come segue:

$$z_{k+1} = z_k^2 + c \tag{4}$$

dove $z_0 = 0$, $k = 1, 2, \ldots$ e dove il parametro c e le variabili z_k sono numeri complessi.

L'insieme di Mandelbrot è l'insieme M dei numeri complessi c tali per

[1] Il metodo delle iterazioni successive consiste in quanto segue. Sia data l'equazione $f(x)=0$ definita in un intervallo chiuso I nel quale essa ammette una sola radice. Si riscriva l'equazione nella forma $x=F(x)$ e si assegni ad x un valore qualsiasi x_0 compreso in I, si calcolino quindi $x_1=F(x_0)$, $x_2=F(x_1)$, $x_3=F(x_2)$, ... $x_{n+1}=F(x_n)$. Se la successione $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots$ converge, il che avviene se $F'(x)<1$, allora il limite della successione è la radice dell'equazione compresa nell'intervallo I, della quale x_n costituisce un valore approssimato.