

cui la sequenza (4) non diverge, ma rimane limitata; esso risulta essere un sottoinsieme del campo dei numeri complessi. Nella consueta rappresentazione geometrica dei numeri complessi (il piano di Argand), l'insieme M è raffigurato dai punti neri della figura 4a, in cui le linee tratteggiate sono gli assi reale (Rez) ed immaginario (Imz) del numero complesso z ; alcuni dettagli della figura 4a sono riportati, ingranditi, nelle figure 4b e 4c¹.

La (4) definisce una mappa che descrive un caso, quello più semplice, di dinamica non lineare: come si può facilmente verificare con semplici passaggi algebrici, si tratta, infatti, della mappa logistica (vedi il prossimo paragrafo 5.5.) estesa al campo dei numeri complessi. Per ogni valore del parametro c si ha una diversa traiettoria evolutiva del sistema dinamico.

Per differenti scelte della legge non lineare di evoluzione del sistema dinamico, cioè per differenti definizioni di $F(x)$ nella (3), è possibile costruire strutture diverse nella forma, ma dalle proprietà straordinariamente somiglianti a quelle dell'insieme di Mandelbrot. Lo studio di strutture come queste è di estremo interesse e costituisce l'oggetto del ramo della matematica noto come dinamica dei sistemi complessi. L'insieme di Mandelbrot o, per meglio dire, gli insiemi del tipo di quello di Mandelbrot, che si possono ricavare a partire da altre mappe, rivestono un'importanza fondamentale per lo studio delle dinamiche non lineari. Le figure dalla 5 alla 8 riportano alcuni esempi di insiemi calcolati per funzioni diverse dal quadrato, essendoci limitati, per semplicità, soltanto a funzioni polinomiali nel campo dei numeri complessi. Le funzioni raffigurate sono: $z_{k+1} = z_k^3 + c$ (figura 5), $z_{k+1} = z_k^4 + c$ (figura 6), $z_{k+1} = z_k^2 + iz_k + c$ (figura 7) e $z_{k+1} = z_k^3 + iz_k^2 + c$ (figura 8).

¹ Le figure da 4a a 8 sono state realizzate tramite un programma per PC in Turbopascal messo a punto da uno dei curatori di quest'opera. La risoluzione grafica non concede che pochi dettagli: le macchie isolate che circondano le figure sono, in realtà, elementi del profilo (frattale) di queste e sono tutte fra loro collegate da una curva (frattale), come si può verificare (forse, è meglio dire 'intuire') generando particolari delle figure in scala sempre maggiore. D'altronde, anche disegnare la curva con un tratto continuo sarebbe una approssimazione sostanzialmente scorretta, proprio perché si tratta di una curva frattale e, quindi, non disegnabile. Gli intervalli degli assi reale ed immaginario tratteggiati sono quelli indicati nelle rispettive didascalie.