

Anche questa definizione, però, non esclude la possibilità di concepire casi patologici di curve mostro che soddisfano la definizione di Jordan, ma che non appaiono in accordo con quanto l'intuizione suggerisce, come, per esempio, quello delle curve continue scoperte da Peano nel 1890 (si veda un po' più avanti in questo stesso paragrafo 5.4.) che 'riempiono' una superficie piana, nel senso che dato un numero positivo ε a piacere, per ogni punto di tale superficie si può trovare un punto della curva che dista da esso meno di ε , o come, per esempio, quello della curva di Koch, curva chiusa di lunghezza infinita che racchiude una superficie di area finita (anche di essa si parlerà un po' più avanti in questo stesso paragrafo 5.4.). In entrambi i casi, si tratta di curve aventi lunghezza infinita e prive di tangente in ogni loro punto.

Il concetto intuitivo di curva, pertanto, oltre a richiedere la biunivocità e la bicontinuità delle funzioni utilizzate in (1), richiede anche che le derivate prime delle funzioni $f(t)$ e $g(t)$ siano continue e che non si annullino mai simultaneamente nell'intervallo di definizione.

A partire dagli anni '70, si è risvegliata l'attenzione verso le curve mostro scoperte nel passato. Pioniere di tale rinnovato interesse è stato il matematico polacco-americano Benoit Mandelbrot, il quale, oltre ad avere introdotto nell'uso il termine 'frattale' (1977), per primo condusse studi su quello che poi sarebbe diventato noto come 'insieme di Mandelbrot', l'ultimo ed il più interessante degli esempi discussi in questo paragrafo.

La caratteristica principale che desta l'interesse per questi strani oggetti è che essi sono (o presentano elementi) invarianti per cambiamento di scala: la loro struttura, cioè, è regolata da un rapporto di omotetia interna, per cui, prelevando un particolare di tali oggetti ed ingrandendolo convenientemente con un cambiamento di scala, si riottiene l'oggetto da cui è stato tratto quel particolare nella stessa dimensione e forma. Tale caratteristica, detta autosimilarità, non è presente nelle curve 'intuitive' della geometria euclidea: si pensi, per esempio, al fatto che, ingrandendo con un cambiamento di scala un particolare di una circonferenza, cioè un suo arco, si ottiene un arco avente raggio di curvatura maggiore.

Esaminiamo ora brevemente alcune proprietà di quattro esempi di oggetti frattali, il più interessante dei quali, come detto, è sicuramente il quarto esempio che verrà descritto, l'insieme di Mandelbrot, perché direttamente riferibile ad una rappresentazione della dinamica dei sistemi complessi.