

l'interpretazione che Bohr diede negli anni '20, tuttora quella più diffusamente accettata, seppur non senza critiche (si veda, per esempio, Accardi, 1997), la probabilità svolge un ruolo fondamentale nella fisica quantistica, ma solo nell'atto della misurazione, cioè quando si vuole estrarre dalla conoscenza dello stato di un sistema il valore di una grandezza misurabile. L'aleatorietà non entra in gioco come componente essenziale dell'evoluzione del sistema. Osserviamo, inoltre, che per la fisica quantistica il tempo è reversibile: esso è un numero, non un operatore. Da questo punto di vista, sostanzialmente non è ancora cambiato molto rispetto alla familiare meccanica classica. Cambia l'aspetto dell'equazione differenziale: qui è l'equazione di Schrödinger, là è l'equazione canonica di Hamilton-Jacobi che ne costituisce il limite nella visione della fisica classica, ma sempre di equazioni differenziali si tratta, lontane discendenti della ben nota legge di Newton: $F=ma$.

principio di indeterminazione di Heisenberg trova proprio in questo punto la sua traduzione formale: l'operatore coordinata q (che si dimostra essere l'operatore 'moltiplicazione per la coordinata q ') e l'operatore impulso p (che si dimostra essere:

$p = \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial q}$, dove $\frac{\partial}{\partial q}$ è, per l'appunto, l'operatore derivata rispetto alla coordinata

q , h è la costante di Planck ed i l'unità immaginaria) hanno diversi spettri di autofunzioni. D'altronde, è chiaro che derivando rispetto a q una funzione $f(q)$, moltiplicando poi il risultato per la variabile indipendente q , oppure derivando $f(q)$ dopo averla moltiplicata per q , si ottengono risultati diversi, se $f(q)$ non è una costante. La differenza fra i due diversi ordini in cui si possono applicare questi operatori alla funzione d'onda è:

$$pq - qp = \frac{h}{2\pi i}$$

da cui, con qualche semplice calcolo, si ricava l'espressione formale del principio di indeterminazione di Heisenberg:

$$\Delta p \Delta q \geq \frac{h}{4\pi}$$

Oltre all'articolo originale del 1927, il principio di indeterminazione è discusso dall'autore in Heisenberg (1930). La letteratura sulla fisica quantistica è, comunque, abbondantissima a tutti i livelli: per una discussione introduttiva, ricca di considerazioni di carattere generale, si veda, per esempio, Penrose (1989); discussioni più tecniche sono, per esempio, in testi diventati classici, come Born (1935), Dirac (1947), Messiah (1959) e Landau e Lifshitz (1966).