punti corrispondenti a 1/3, 2/3, 1/9, 2/9, 7/9, 8/9, ... È facile dimostrare che C è costituito dall'insieme non numerabile (avente, quindi, la potenza del continuo) dei punti la cui distanza dall'estremo 0 del segmento iniziale è data dalla formula:

$$x = a_1/3 + a_2/3^2 + a_3/3^3 + ... = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{3^n} \tag{2}$$

in cui ciascuno dei coefficienti a_n può essere 0 oppure 2[1].

L'insieme di Cantor C è un oggetto piuttosto intricato: è, per così dire, qualcosa di più di un insieme di punti e, contemporaneamente, qualcosa di meno di un insieme di linee. La sua dimensione, trattandosi di un insieme non numerabile avente la potenza del continuo, parrebbe essere 1, ma poiché esso non contiene alcun intervallo completo, come si ha nel caso dell'insieme dei numeri razionali, la sua dimensione parrebbe invece essere 0. Sia l'insieme C di Cantor sia l'insieme Q dei numeri razionali, infatti, sono insiemi di infiniti numeri (o punti, nell'immagine geometrica) ottenuti

---

[1] Se tutti i coefficienti a_n sono 0 oppure 2, la (2) può essere vista come la scrittura in forma polinomiale, in base 3, di un numero reale compreso fra 0 ed 1. Se tutte le a_n sono 0, allora si ha l'estremo 0; se tutte le a_n sono 2, allora si ha (somma di una serie geometrica convergente) l'estremo 1. Poiché $a_1 \neq 1$, dalla (2) sono escluse le coordinate x reali comprese fra 1/3 e 2/3 (iterazione n=1); poiché $a_2 \neq 1$, dalla (2) sono escluse anche le x reali comprese fra 1/9 e 2/9, con a_1=0, e quelle comprese fra 7/9 e 8/9, con a_1=2 (iterazione n=2), e così via, prendendo in considerazione, al crescere di n, la nuova iterazione n-esima ed un nuovo coefficiente a_n.
Si dimostra che l'insieme C, definito dalla (2), ha la potenza del continuo, costruendo una corrispondenza biunivoca tra i punti di C e quelli del segmento iniziale [0,1] come segue. Sia x la coordinata di un punto in [0,1] e sia $0,b_1b_2b_3...$, in cui i coefficienti b sono tutti 0 oppure 1, la scrittura di x in base 2. Se al posto di ogni cifra b_n si pone $t_n=2b_n$, si ottiene $f(x)=0,t_1t_2t_3...$ che è ancora un numero compreso fra 0 e 1, ma costituito, ora, da una successione di cifre 0 e 2: esso è interpretabile come la scrittura, in base 3, di un numero nell'intervallo [0,1]. $f(x)$, quindi, ha la stessa forma del numero rappresentato nella (2), per cui $f(x) \in C$. La corrispondenza univoca $x \rightarrow f(x)$ può essere invertita in un'altra relazione univoca $f^{-1}(f(x)) \rightarrow x$ semplicemente prendendo un punto della (2), dividendo per due ciascuna delle sue cifre ed ottenendo la corrispondente espansione del tipo di $0,b_1b_2b_3$ che appartiene all'intervallo [0,1]. La relazione $f(x)$, quindi, è relazione biunivoca, il che ci consente di affermare che la potenza di C è la stessa del continuo, cioè, in parole, che in C vi sono 'tanti' punti 'quanti' nell'intervallo continuo [0,1].