

La curva di Koch

Si consideri un triangolo equilatero di lato lungo $3a$, si divida il lato in tre parti lunghe a ed al posto di quella centrale si costruisca, esternamente al triangolo, un triangolo equilatero di lato a , si considerino solo i lati costituenti il perimetro della figura così ottenuta (una stella a sei punte) e si iteri all'infinito la stessa costruzione: in figura 1 sono indicate le prime due iterazioni della generazione. In virtù del suo aspetto e per il nome del matematico svedese Nils Fabien Helge von Koch (1906), tale curva è anche chiamata 'fiocco di neve di Koch' o 'isola di Koch'.

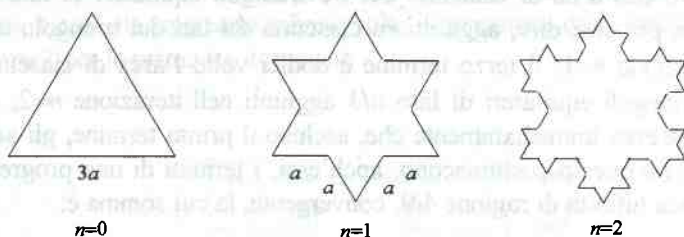


Figura 1 'Fiocco di neve di Koch': triangolo iniziale (iterazione $n=0$) e prime due iterazioni della generazione

Le lunghezze dei lati sono, successivamente:

$$3a, a, a/3, a/9, \dots, a/3^n$$

mentre il perimetro, di conseguenza, assume i successivi valori:

$$9a, 12a, 16a, 64a/3, \dots, 9a(4/3)^n$$

dove con n si è indicato il numero dell'iterazione successiva alla iterazione iniziale (iterazione $n=0$). La successione delle lunghezze dei singoli lati costituisce una progressione geometrica convergente di ragione $1/3$, quella delle lunghezze dei perimetri costituisce una progressione geometrica divergente di ragione $4/3$. Al procedere delle iterazioni, pertanto, la lunghezza dei singoli lati diminuisce, mentre il perimetro diventa sempre più grande.