



Figura 8 L'insieme M per $z_{k+1} = z_k^3 + iz_k^2 + c$ ($-2 \leq \text{Re}z \leq +0,8$; $-1,7 \leq \text{Im}z \leq +1,05$)

Si può dimostrare che, prendendo come valore iniziale z_0 un valore diverso da 0, ma interno ad M , la dinamica (4) genera una traiettoria ordinata per qualsiasi valore di c , mentre, per z_0 esterno ad M , la traiettoria, per quanto deterministica, è disordinata e caotica.

Malgrado la semplicità della definizione della dinamica del sistema, le proprietà dell'insieme M sono estremamente complicate, ancora non del tutto chiarite e tuttora oggetto di ricerca. Ne citiamo alcune, senza entrare nei dettagli che esulano dallo scopo di questa discussione (una descrizione in termini elementari si trova, per esempio, in Penrose, 1989).

Le caratteristiche più interessanti ed intricate dell'insieme M concernono il profilo della figura. Riferendoci all'insieme di Mandelbrot vero e proprio della figura 4a, infatti, si può vedere facilmente che la regione strettamente interna al corpo centrale, dalla forma simile a quella di una cardioide, è costituita da tutti i punti definiti da $c=z-z^2$, con $|z|<1/2$; così pure, l'interno della regione a forma di disco situata a sinistra della precedente è l'insieme dei punti definiti da $c=z-1$, con $|z|<1/4$. Allo stesso modo, si possono