

### L'insieme di Cantor

Si chiama 'insieme di Cantor' o 'polvere di Cantor', dal nome del matematico tedesco Georg Cantor, l'insieme dei punti che restano del lato del triangolo originario della curva di Koch dopo le infinite iterazioni. Esso è, in altre parole, un sottoinsieme proprio e chiuso dei punti di un segmento definito algebricamente come segue. Si divida un segmento di lunghezza unitaria, corrispondente all'intervallo chiuso  $[0,1]$ , in tre segmenti uguali e si elimini quello centrale, estremi esclusi. Si ripeta l'operazione su ciascuno dei due terzi restanti del segmento originario; resteranno quattro noni del segmento di partenza: il primo, il terzo, il settimo ed il nono. Si operi allo stesso modo su ciascuno dei segmenti ottenuti, e così via ripetendo infinite volte l'operazione come rappresentato in figura 2 per le prime tre iterazioni.

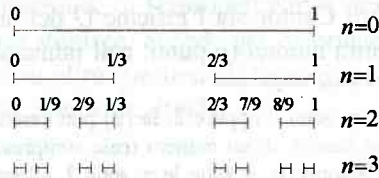


Figura 2 Insieme di Cantor: segmento iniziale (iterazione  $n=0$ ) e prime tre iterazioni della generazione

È immediato ricavare che la somma delle lunghezze dei segmenti asportati dal segmento originario, iterando all'infinito tale eliminazione, è:

$$L = 1 \times 1/3 + 2 \times 1/3^2 + 2^2 \times 1/3^3 + \dots = 1/3 [1 + (2/3) + (2/3)^2 + \dots] = (1/3)/(1-2/3) = 1$$

La somma delle lunghezze degli infiniti segmenti asportati è, cioè, uguale alla lunghezza del segmento iniziale. Questo non basta, tuttavia, per affermare che si è asportato l'intero segmento iniziale: infatti, è facile osservare che dei punti che lo costituivano (un insieme continuo) è restato un insieme  $C$  composto anche, ma non solo, dall'insieme numerabile dei